

Schulinternes Curriculum Mathematik/Qualifikationsphase (Q1/Q2)

Das folgende schulinterne Curriculum ist für die **Lehrerinnen und Lehrer** des Fachs Mathematik am Gymnasium Waldstraße als Übersicht über die verbindlichen Kompetenzen und Unterrichtsinhalte konzipiert.¹ Zusätzlich enthält es Verweise auf die entsprechenden Kapitel des eingeführten Lehrbuchs *Lambacher Schweizer Mathematik Qualifikationsphase Leistungskurs/Grundkurs Nordrhein-Westfalen* (bearbeitet von H. Freudigmann u.a., Stuttgart 2011) (LS) sowie Verweise auf konkrete Unterrichtsvorhaben, die der Fachgruppe Mathematik besonders empfehlenswert erscheinen und allen Mitgliedern zur Verfügung stehen.

Ferner soll es den **Schülerinnen und Schülern** einen Überblick über die Voraussetzungen für die Q1 sowie über die in der Q1/Q2 zu erwerbenden Kenntnisse und Fähigkeiten in Mathematik geben; ein Einsatz dieses Hauscurriculums im Unterricht als Orientierung zu Beginn eines Halbjahres oder als Rückschau am Ende ist erwünscht, diese Verwendungsmöglichkeit soll durch die Art der Formulierungen unterstützt werden. Dazu wird (bei einem Einsatz dieses Curriculums als Rückschau) empfohlen, von den Schülerinnen und Schülern oder gemeinsam mit ihnen Beispiele für die einzelnen Kompetenzen erarbeiten zu lassen. Neben den in der Sekundarstufe I und der Einführungsphase erworbenen überfachlichen Kompetenzen des Mathematikunterrichts werden insbesondere die folgenden inhaltlichen Kompetenzen von den Schülerinnen und Schülern beim Eintritt in die Q1 als **Voraussetzungen** erwartet.

Ich habe gelernt ...

- 1.) die **Ableitungsfunktion** einer ganzrationalen Funktion mit **Ableitungsregeln** zu bestimmen,
- 2.) von bestimmten Eigenschaften einer differenzierbaren Funktion auf solche ihrer Ableitungsfunktion und umgekehrt zu schließen,
- 3.) eine **Tangentengleichung** zu bestimmen,
- 4.) **Tangenten-** und **Sekantensteigungen** in Sachzusammenhängen zu deuten (z.B. als Geschwindigkeiten),
- 5.) **Vektoren** als Verschiebungen zu deuten, sie durch **Pfeile** darzustellen und über **Ortsvektoren** mit den **Punkten im Raum** in Beziehung zu setzen,
- 6.) mit Vektoren zu rechnen (**Vektoraddition, Skalarmultiplikation**),
- 7.) ein **mehrstufiges Zufallsexperiment** durch ein **Baumdiagramm** darzustellen und Wahrscheinlichkeiten mithilfe der **Pfadregeln** zu berechnen,
- 8.) eine **Wahrscheinlichkeitsverteilung** aufzustellen und den **Erwartungswert** einer **Zufallsgröße** zu berechnen,
- 9.) im **GRAPH-Menü** meines GTR (Casio fx-9860 G II) **Funktionsgraphen** zu untersuchen und die **Lösungen von Gleichungen** zu bestimmen.

¹ Auf der Basis des *Kernlehrplans für die Sekundarstufe II Gymnasium/Gesamtschule in Nordrhein-Westfalen* (= Schule in NRW, Heft 4720), hrsg. vom Ministerium für Schule und Weiterbildung des Landes Nordrhein-Westfalen, Frechen 2013, insbesondere S. 26-34.

	Unterrichtsreihe <i>Schwerpunkte</i> (LS-Kapitel)	Kompetenzen (LS-Paragrafen): Ich kann ...	Konkrete Unterrichtsvorhaben
Erstes Halbjahr (Q1.1)	I.) Ganzrationale Funktionen I <i>Fortführung der Differenzialrechnung</i> (kein LS-Kapitel); <i>Lineare Gleichungssysteme</i> (LS-Kapitel VI, § 1)	– mithilfe des notwendigen Kriteriums $f'(x) = 0$ sowie des hinreichenden Kriteriums [$f'(x) = 0$ und $f''(x) < 0$ bzw. > 0] oder [$f'(x) = 0$ und f' hat einen Vorzeichenwechsel] die relativen Extremstellen und Extrempunkte einer differenzierbaren Funktion bestimmen, – das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mithilfe der 2. Ableitung beschreiben und mithilfe des notwendigen Kriteriums $f''(x) = 0$ sowie des hinreichenden Kriteriums [$f''(x) = 0$ und $f'''(x) \neq 0$] oder [$f''(x) = 0$ und f'' hat einen Vorzeichenwechsel] die Wendestellen und Wendepunkte einer differenzierbaren Funktion bestimmen, – Scharen ganzrationaler Funktionen ableiten und die Bedeutung eines Parameters im Sachzusammenhang nennen, – Steckbriefaufgaben lösen, wobei ich die Lösungen des linearen Gleichungssystems, wenn es höchstens drei Variablen enthält, auch mit dem Gauß-Verfahren berechnen kann (VI, § 1).	
	II.) Ganzrationale Funktionen II: Integrale <i>Grundverständnis des Integralbegriffs;</i> <i>Integrale berechnen und als Wirkungen deuten</i> (LS-Kapitel II)	– Produktsummen, bestimmte Integrale sowie die Inhalte orientierter Flächen im Sachkontext deuten, z.B. als Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe (II, § 1), – zu einer gegebenen Randfunktion die Flächeninhaltsfunktion skizzieren (II, § 1), – das Integral als Grenzwert von Ober- und Untersummen deuten (II, § 2), – den Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung erläutern (II, § 3), – Stammfunktionen ganzrationaler Funktionen bestimmen (II, § 4), – Rechengesetze bei der Bestimmung von Stammfunktionen und Integralen nutzen, z.B. Intervalladditivität und Linearität (II, § 4), – bestimmte Integrale berechnen (mit dem Hauptsatz/mit dem GTR/numerisch) und im Sachkontext anwenden, insbesondere aus der Änderungsrate den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe berechnen, Flächeninhalte bestimmen (II, § 6) und Mittelwerte berechnen (II, § 8).	

² Über die Reihenfolge der Unterrichtsreihen in den ersten beiden Halbjahren sowie in den letzten beiden Halbjahren entscheidet jeder Kursleiter und jede Kursleiterin einzeln.

	Unterrichtsreihe <i>Schwerpunkte</i> (LS-Kapitel)	Kompetenzen (LS-Paragrafen): Ich kann ...	Konkrete Unterrichtsvorhaben
Zweites Halbjahr (Q1.2)	III.) Exponential- und zusammengesetzte Funktionen <i>Fortführung der Differenzial- und Integralrechnung;</i> <i>Funktionen als mathematische Modelle</i> (LS-Kapitel I, III)	– die typischen Eigenschaften von Exponentialfunktionen $[f(x) = c \cdot a^x]$ nennen, mit Exponentialfunktionen und linearen Funktionen Wachstums- und Zerfallsprozesse beschreiben und Exponentialgleichungen durch Logarithmieren lösen (I, § 2), – die Besonderheit der e-Funktion $f(x) = e^x$ [gegenüber einer anderen Basis $a \neq e$] erklären (I, § 1), – Potenzfunktionen $f(x) = x^{-n}$ mit negativen Exponenten und die e-Funktion $f(x) = e^x$ ableiten (I, § 1) und bestimmte Integrale über solche Funktionen berechnen, – Funktionen durch Addition, Multiplikation und Verkettung zusammensetzen und umgekehrt zusammengesetzte Funktionen in ihre Bestandteile zerlegen (I, § 3), – zusammengesetzte Funktionen, insbesondere des Typs $f(x) = h(x) \cdot e^{mx+b}$ und des Typs $f(x) = g(x) + h(x) \cdot e^{mx+b}$ (wobei g und h ganzrationale Funktionen sind), mithilfe von Summen-, Produkt- und Kettenregel ableiten und ihre Eigenschaften untersuchen (I, 4-5; III, 3-4) und bestimmte Integrale über solche Funktionen mithilfe vorgegebener Stammfunktionen berechnen.	
	IV.) Analytische Geometrie und lineare Algebra I: Geraden <i>Darstellung und Untersuchung von Geraden und deren gegenseitiger Lage;</i> <i>Skalarprodukt</i> (LS-Kapitel V-VI)	– die Länge von Vektoren berechnen (V, § 6), – Geraden und Strecken in Parameterform darstellen (V, § 4), – die Lagebeziehung zwischen Geraden untersuchen (V, § 5), – Schnittpunkte von Geraden berechnen und diese im Sachkontext deuten (V, § 5), – Bewegungsaufgaben lösen, bei denen die Geradenparameter Zeitpunkte bedeuten (V, § 6), – das Skalarprodukt von Vektoren geometrisch deuten und es berechnen (VI, § 4), – mit Hilfe des Skalarproduktes Winkel berechnen und bei geometrischen Objekten oder Situationen im Raum entscheiden, ob Orthogonalität vorliegt (VI, §§ 4-5).	

	Unterrichtsreihe <i>Schwerpunkte</i> (LS-Kapitel)	Kompetenzen (LS-Paragrafen): Ich kann ...	Konkrete Unterrichtsvorhaben
Zweites Halbjahr (Q1.2)	V.) Analytische Geometrie und lineare Algebra II: Ebenen <i>Darstellung und Untersuchung von Ebenen und geometrischen Objekten;</i> <i>Lineare Gleichungssysteme;</i> <i>Lagebeziehungen</i> (LS-Kapitel VI)	<ul style="list-style-type: none"> – ein lineares Gleichungssystem in einer Matrix darstellen (VI, § 1), – lineare Gleichungssysteme mit dem Gauß-Verfahren lösen (VI, § 1), – Lösungsmengen von linearen Gleichungssystemen interpretieren (VI, § 2), – das Gauß-Verfahren auch ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten anwenden, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind (VI, § 1-2), – Ebenen in Parameterform darstellen (VI, § 3), – die Lagebeziehung zwischen Geraden und Ebenen untersuchen (VI, § 8), – den Durchstoßpunkt einer Geraden mit einer Ebene berechnen und diesen im Sachkontext deuten (VI, § 8), – mit dem Skalarprodukt geometrische Objekte und Situationen im Raum untersuchen. 	
Drittes Halbjahr (Q2.1)	VI.) Stochastik I <i>Kenngrößen von Datenmengen und Zufallsgrößen;</i> <i>Binomialverteilung</i> (LS-Kapitel X)	<ul style="list-style-type: none"> – die Kenngrößen (Mittelwert und empirische Standardabweichung) einer Datenmenge mit und ohne GTR bestimmen und deuten (X, § 4), – den Begriff der Zufallsgröße an Beispielen erläutern (X, § 5), – die Kenngrößen (Erwartungswert μ und Standardabweichung σ) einer Zufallsgröße bestimmen und damit Vorhersagen treffen (X, § 5), – Zufallsexperimente durch Bernoulliketten beschreiben (X, §§ 6-8), – die Binomialverteilung erklären und mit ihr Wahrscheinlichkeiten berechnen (X, §§ 6-8), – beschreiben, welchen Einfluss die Parameter n und p auf die Binomialverteilung und ihre graphische Darstellung haben (X, § 9), – die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen zum Problemlösen nutzen (X, §§ 7-9), – anhand einer vorgegebenen Entscheidungsregel aus einem Stichprobenergebnis auf die Grundgesamtheit schließen. 	
	VII.) Stochastik II: Stochastische Prozesse <i>Stochastische Prozesse</i> (LS-Kapitel IX, § 5)	einen stochastischen Prozess mithilfe des Startvektors und der Übergangsmatrix oder des Übergangsgraphen beschreiben, den Verteilungsvektor für einen späteren Zeitpunkt durch Matrizenmultiplikation/Matrix-Vektor-Multiplikation bestimmen sowie den Grenzwert mithilfe des GTR näherungsweise ermitteln (IX, § 5).	

Viertes Halbjahr (Q2.2)	Unterrichtsreihe <i>Schwerpunkte</i> (LS-Kapitel)	Kompetenzen (LS-Paragraphen): Ich kann ...	Konkrete Unterrichtsvorhaben
	VIII.) Extremwert- aufgaben <i>Funktionen als mathematische Modelle</i> (LS-Kapitel III, § 5)	Extremwertaufgaben lösen (III, § 5).	
	IX.) Wiederholung der abitur- relevanten Themen	In dieser letzten Unterrichtsreihe sind die Abiturvorgaben für das jeweilige Jahr in besonderer Weise zu berücksichtigen.	

	Unterrichtsreihe <i>Schwerpunkte</i> (LS-Kapitel)	Kompetenzen (LS-Paragrafen): Ich kann ...	Konkrete Unterrichtsvorhaben
Erstes Halbjahr (Q1.1)	I.) Scharen ganzzahliger Funktionen I <i>Fortführung der Differenzialrechnung;</i> <i>Lineare Gleichungssysteme</i> (LS-Kapitel VI, 1; III, § 5)	– die Ableitung an einer Stelle mithilfe der Annäherung des Graphen durch die Tangente erklären, – mithilfe des notwendigen Kriteriums $f'(x) = 0$ sowie des hinreichenden Kriteriums $[f'(x) = f''(x) = \dots = f^{(2n-1)}(x) = 0$ und $f^{(2n)}(x) < 0$ bzw. $> 0]$ oder $[f'(x) = 0$ und f' hat einen Vorzeichenwechsel] die relativen Extremstellen und Extrempunkte einer differenzierbaren Funktion bestimmen, – das Krümmungsverhalten des Graphen einer Funktion mithilfe der 2. Ableitung beschreiben und mithilfe des notwendigen Kriteriums $f''(x) = 0$ sowie des hinreichenden Kriteriums $[f''(x) = \dots = f^{(2n)}(x) = 0$ und $f^{(2n+1)}(x) \neq 0]$ oder $[f''(x) = 0$ und f'' hat einen Vorzeichenwechsel] die Wendepunkte einer differenzierbaren Funktion bestimmen, – Scharen ganzzahliger Funktionen ableiten, die Eigenschaften der Funktionen in Abhängigkeit vom Scharparameter untersuchen und die Bedeutung des Parameters im Kontext nennen, – Steckbriefaufgaben lösen, wobei ich die Lösungen des lineares Gleichungssystems, wenn es höchstens drei Variablen enthält, auch mit dem Gauß-Verfahren berechnen kann (VI, § 1), – Extremwertaufgaben lösen (III, § 5).	
	II.) Scharen ganzzahliger Funktionen II: Integrale <i>Grundverständnis des Integralbegriffs;</i> <i>Integrale berechnen und als Wirkungen deuten</i> (LS-Kapitel II)	– Produktsummen, bestimmte Integrale sowie die Inhalte orientierter Flächen im Sachkontext deuten, z.B. als Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe (II, § 1), – zu einer gegebenen Randfunktion die Flächeninhaltsfunktion skizzieren (II, § 1), – das Integral als Grenzwert von Ober- und Untersummen deuten (II, § 2), – Ableiten und Bilden der Integralfunktion als Umkehroperationen deuten, den Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung erläutern und mit Hilfe eines anschaulichen Stetigkeitsbegriffs begründen (II, § 3), – Stammfunktionen ganzzahliger Funktionen bestimmen (II, § 4), – Rechengesetze bei der Bestimmung von Stammfunktionen und Integralen nutzen, z.B. Intervalladditivität und Linearität (II, § 4), – bestimmte und uneigentliche Integrale berechnen (mit dem Hauptsatz/mit dem GTR/numerisch) und im Sachkontext anwenden, insbesondere aus der Änderungsrate den Gesamtbestand oder Gesamteffekt einer Größe berechnen, Flächeninhalte sowie Rotationsvolumina (auch mit uneigentlichen Integralen) bestimmen und Mittelwerte berechnen (II, §§ 6-8, sowie Wahlthema „Integral und Rauminhalt“).	

³ Über die Reihenfolge der Unterrichtsreihen in den ersten beiden Halbjahren sowie in den letzten beiden Halbjahren entscheidet jeder Kursleiter und jede Kursleiterin einzeln.

	Unterrichtsreihe <i>Schwerpunkte</i> (LS-Kapitel)	Kompetenzen (LS-Paragrafen): Ich kann ...	Konkrete Unterrichtsvorhaben
Zweites Halbjahr (Q1.2)	III.) Scharen von Exponential- und zusammengesetzten Funktionen <i>Fortführung der Differenzial- und Integralrechnung;</i> <i>Funktionen als mathematische Modelle</i> (LS-Kapitel I, III)	<ul style="list-style-type: none"> – die typischen Eigenschaften von Exponentialfunktionen $[f(x) = c \cdot a^x]$ nennen, mit Exponentialfunktionen und Funktionen des Typs $f(x) = S - c \cdot a^x$ [für beschränktes Wachstum] Wachstums- und Zerfallsprozesse beschreiben und Exponentialgleichungen durch Logarithmieren lösen (I, § 2), – Exponentialfunktionen, insbesondere die e-Funktion $f(x) = e^x$, die Funktion $f(x) = \ln x$ sowie Potenzfunktionen $f(x) = x^{\pm \frac{a}{b}}$ ableiten (I, § 1) und Integrale über solche Funktionen berechnen, – die natürliche Logarithmusfunktion $F(x) = \ln x$ als Stammfunktion zu $f(x) = \frac{1}{x}$ nutzen und Stammfunktionen anderer Funktionstypen mit Nachschlagewerken bestimmen, – die Besonderheit der e-Funktion $f(x) = e^x$ [gegenüber einer anderen Basis $a \neq e$] erklären, – Funktionen durch Addition, Multiplikation und Verkettung zusammensetzen und umgekehrt Eigenschaften zusammengesetzter Funktionen auf ihre Bestandteile zurückführen (I, § 3), – aus ganzrationalen Funktionen, natürlicher Exponential- $[f(x) = e^x]$ und Logarithmusfunktion $[f(x) = \ln x]$ durch Addition, Multiplikation und Verkettung zusammengesetzte Funktionen und Scharen solcher Funktionen mithilfe von Summen-, Produkt- und Kettenregel ableiten sowie Eigenschaften – auch in Abhängigkeit vom Scharparameter – untersuchen und bestimmen und Integrale über solche Funktionen(scharen) mithilfe von Stammfunktionen berechnen (I, §§ 3-5; III, §§ 3-4). 	
	IV.) Analytische Geometrie und lineare Algebra <i>Lineare Gleichungssysteme;</i> <i>Darstellung und Untersuchung geometrischer Objekte;</i> <i>Lagebeziehungen;</i> <i>Skalarprodukt</i> (LS-Kapitel V-VII)	<ul style="list-style-type: none"> – Geraden in Parameterform darstellen (V, § 4) und ihre relativen Lagen untersuchen (V, § 5), – Schnittpunkte von Geraden berechnen und diese im Sachkontext deuten (V, § 5), – Bewegungsaufgaben lösen, bei denen der Geradenparameter die Zeit beschreibt (V, § 6), – das Skalarprodukt von Vektoren geometrisch deuten und es berechnen (VI, § 4), – mit Hilfe des Skalarproduktes Winkel berechnen und bei geometrischen Objekten oder Situationen im Raum entscheiden, ob Orthogonalität vorliegt (V, §§ 4-5), – ein lineares Gleichungssystem in einer Matrix darstellen (VI, § 1), mit dem Gauß-Verfahren lösen (VI, § 1) und die Lösungsmenge interpretieren (VI, § 2), – das Gauß-Verfahren auch ohne digitale Werkzeuge auf Gleichungssysteme mit maximal drei Unbekannten anwenden, die mit geringem Rechenaufwand lösbar sind (VI, § 1-2), – Ebenen in Parameter-, Koordinaten- und Normalenform darstellen (VI, §§ 3, 6; VII, § 2) und die Normalenform zur Orientierung im Raum nutzen (VII, § 2), – die Lagebeziehung zwischen Geraden und Ebenen untersuchen (VI, § 8), – den Durchstoßpunkt einer Geraden mit einer Ebene berechnen und im Kontext deuten (VI, § 8), – mit dem Skalarprodukt geometrische Objekte und Situationen im Raum untersuchen (VI, § 5), – Strecken und die Flächen von Parallelogrammen und Dreiecken in Parameterform darstellen und entscheiden, ob ein Punkt im Inneren, auf dem Rand oder außerhalb der Fläche liegt, – die Vektorlänge und den Abstand zwischen Punkten, Geraden und Ebenen berechnen (V, § 6; VII, § 3-5). 	

	Unterrichtsreihe <i>Schwerpunkte</i> (LS-Kapitel)	Kompetenzen (LS-Paragrafen): Ich kann ...	Konkrete Unterrichtsvorhaben
Drittes Halbjahr (Q2.1)	V.) Stochastik I <i>Kenngößen von Datenmengen und Zufallsgrößen;</i> <i>Binomialverteilung</i> (LS-Kapitel X)	<ul style="list-style-type: none"> – die Kenngrößen (Mittelwert und empirische Standardabweichung) einer Datenmenge mit und ohne GTR bestimmen und deuten (X, § 4), – den Begriff der Zufallsgröße an Beispielen erläutern (X, § 5), – die Kenngrößen (Erwartungswert μ und Standardabweichung σ) einer Zufallsgröße bestimmen und damit Vorhersagen treffen (X, § 5), – Zufallsexperimente durch Bernoulliketten beschreiben und die kombinatorische Bedeutung der Binomialkoeffizienten erklären (X, §§ 6-8), – mit der Binomialverteilung Wahrscheinlichkeiten berechnen (X, §§ 6-8), – beschreiben, welchen Einfluss die Parameter n und p auf die Binomialverteilung und ihre graphische Darstellung haben (X, § 9), – die Binomialverteilung und ihre Kenngrößen zum Problemlösen nutzen (X, §§ 7-9). 	
	VI.) Stochastik II: Stetige Zufallsgrößen und Normalverteilung <i>Normalverteilung</i> (LS-Kapitel XI)	<ul style="list-style-type: none"> – Beispiele für stetige Zufallsgrößen nennen, diese von diskreten Zufallsgrößen unterscheiden und die Verteilung einer stetigen Zufallsgröße mit Integralen über die Dichtefunktion angeben (XI, § 1), – Wahrscheinlichkeiten bei exakt oder annähernd normalverteilten Zufallsgrößen mit dem Satz von de Moivre-Laplace bestimmen und beschreiben, welchen Einfluss die Parameter μ und σ auf die Normalverteilung und die Gauß'sche Glockenkurve haben (XI, § 3), – die σ-Regeln für Vorhersagen bei binomialverteilten Zufallsgrößen nutzen (X, § 9). 	
	VII.) Stochastik III: Testtheorie <i>Testen von Hypothesen</i> (LS-Kapitel X, §§ 10-12)	<ul style="list-style-type: none"> – die Grundbegriffe der Testtheorie (H_0-Hypothese, H_1-Hypothese, Irrtumswahrscheinlichkeit, Signifikanzniveau, kritischer Wert, Ablehnungsbereich, Annahmebereich, Entscheidungsregel) anwenden und ein- und zweiseitige Hypothesentests durchführen (X, §§ 10-11), – einseitige und zweiseitige Hypothesentests bezogen auf einen Sachkontext und das Erkenntnisinteresse interpretieren (X, §§ 10-11), – Fehler 1. und 2. Art beschreiben und beurteilen (X, § 12). 	

Viertes Halbjahr (Q2.2)	Unterrichtsreihe <i>Schwerpunkte</i> (LS-Kapitel)	Kompetenzen (LS-Paragrafen): Ich kann ...	Konkrete Unterrichtsvorhaben
	VIII.) Stochastik IV: Stochastische Prozesse <i>Stochastische Prozesse</i> (LS-Kapitel IX, § 5)	einen stochastischen Prozess mithilfe des Startvektors und der Übergangsmatrix oder des Übergangsgraphen beschreiben, den Verteilungsvektor für einen späteren Zeitpunkt durch Matrizenmultiplikation/Matrix-Vektor-Multiplikation bestimmen sowie den Grenzwert mithilfe des GTR näherungsweise ermitteln (IX, § 5).	
	IX.) Wiederholung der abitur-relevanten Themen	In dieser letzten Unterrichtsreihe sind die Abiturvorgaben für das jeweilige Jahr in besonderer Weise zu berücksichtigen.	